INSTITUCIÓN: Facultad de Cs. Astronómicas y Geofísicas - UNLP
FECHA: 25 de abril de 2024

SISMOLOGÍA

TP 2. Tensiones. Deformaciones. Ley de Hooke. Módulos elásticos

---

1. (a) Tomar un elemento representativo caracterizado por caras cuya normal coincide con los ejes coordenados, y dibujar la distribución de vectores de tensión con sus correspondientes valores de acuerdo al tensor:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

   (b) Calcular la tensión sobre el plano determinado por la normal $(1, 1, -1)$.

   (c) Encontrar:

      i. las tensiones principales

      ii. los invariantes I_1, I_2 e I_3

      iii. el tensor deviatórico de tensiones y sus invariantes, J_2 y J_3

2. Dado el siguiente tensor de tensiones (en Kbar):

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} -150 & -2 & 1 \\ -2 & -155 & 3 \\ 1 & 3 & -145 \end{bmatrix}$$

   (a) ¿Qué significado físico tienen los valores negativos grandes de la diagonal?

   (b) ¿A qué profundidad se podría encontrar este estado de tensiones en la tierra?

   (c) ¿Qué valores de presión se espera encontrar en la discontinuidad Manto-Núcleo? Expresarlos en Kbar. (En este punto, se aconseja utilizar los valores propuestos por el modelo PREM)

3. (a) ¿Qué interpretación tienen las componentes de la diagonal de la matriz asociada al tensor de deformaciones? ¿Y las componentes fuera de la diagonal?

   (b) ¿Qué significado físico tiene la traza del tensor de deformaciones?

4. Interpretar gráficamente el significado de las componentes del tensor de deformaciones para los siguientes casos (considerar deformación plana):

   (a) $\frac{\partial u_1}{\partial x_1} > 0; u_2 = 0$

   (b) $\frac{\partial u_1}{\partial x_1} < 0; u_2 = 0$

   (c) $\frac{\partial u_1}{\partial x_2} > 0; \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = 0$

   (d) $\frac{\partial u_1}{\partial x_2} > 0; \frac{\partial u_2}{\partial x_1} > 0$

   (e) $\frac{\partial u_1}{\partial x_2} < 0; \frac{\partial u_2}{\partial x_1} > 0$

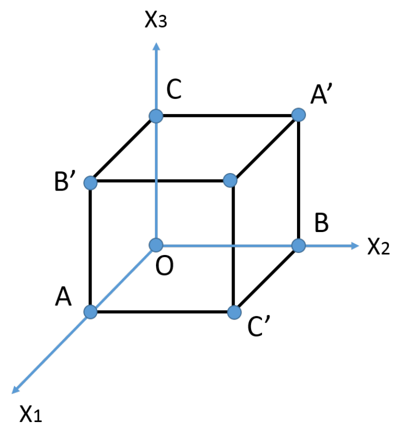
   (f) $\frac{\partial u_1}{\partial x_2} = -\frac{\partial u_2}{\partial x_1}$

5. (a) Determinar el estado de deformación para un campo de desplazamientos dado por:

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} x^2 + 10 \\ 2yz \\ z^2 - xy \end{bmatrix} 10^{-2}$$

   (b) Calcular el tensor de deformaciones para el punto P = (1, 1, 1).

6. Un paralelepípedo recto sometido a un estado de deformaciones homogéneo tiene deformaciones longitudinales: $\epsilon_{11} = 1/100$, ϵ_{22} , $\epsilon_{33} = 1/200$, manteniéndose sus caras normales entre sí. Calcular ϵ_{22} de modo que OA' mantenga su longitud luego de la deformación, considerando AC' = 2 cm, BC' = 3 cm, A'B = 1.5 cm.



7. Dado el tensor de deformaciones

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

   (a) Hallar el tensor de tensiones, asumiendo un sólido isotrópico con constantes de Lamé λ y μ.

   (b) Encontrar la energía elástica de deformación: $W = \frac{\sigma_{ij}\epsilon_{ij}}{2}$

   (c) Repetir el inciso a) para $\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$

8. Se tiene un prisma recto de base rectangular y dimensiones $l_1 = 2$ cm, $l_2 = 3$ cm y $l_3 = 5$ cm, construido de un material elástico ($E = 5.10^5 N/cm^2$ y $\nu = 0.25$). Este prisma se encuentra impedido a la variación en longitud en su dimensión z mediante dos planchas planas y rígidas que mantienen fija su distancia. El valor de deformación en dirección normal al eje x es -6×10^{-5}, mientras que aquel producido sobre la cara de normal x pero en dirección del eje y es 9×10^{-5}. Asimismo, sobre la cara con normal en la dirección del eje y se produjo una deformación normal de -30×10^{-5} mientras que sobre la misma cara pero en dirección del eje x se produjo una deformación de 9×10^{-5}.

   Obtener:

   (a) El tensor de las tensiones y el de las deformaciones.

   (b) La variación de volumen del prisma.

9. Sea un bloque de piedra de 45 cm de largo, 2 cm de espesor y 3 cm de ancho. Se lo coloca en posición vertical y en su extremo superior se le agrega una masa de 1400 kg. Después de un tiempo, se mide el bloque nuevamente y se encuentra que se acortó 0.125 mm. Asumiendo $\nu = 0.25$, encontrar E, λ, μ, y K.

10. Considerando un cubo elemental de material elástico, isótropo y homogéneo,

    (a) Expresar la formulación que permite encontrar el tensor de deformaciones a partir del tensor de tensiones.

    (b) Dados los siguientes tensores de tensiones,

$$t_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & t_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, t_{ij} = \begin{bmatrix} t_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t_{33} \end{bmatrix}, t_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & t_{12} & 0 \\ t_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

        i. Hallar en cada caso ϵ_{ij} y θ

        ii. Comentar similitudes y diferencias entre los tensores de tensiones y deformaciones

11. El estado de esfuerzo en un punto de un material que tiene un módulo de Young E = 28 GPa y un módulo de Poisson $\nu = 0.3$ es:

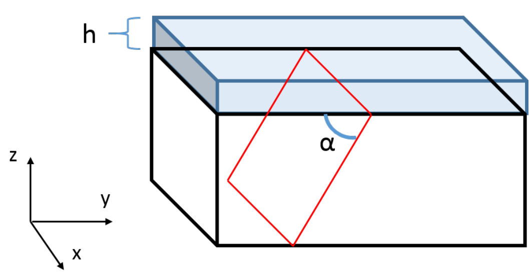
$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 250 & -20 & 0 \\ -20 & 250 & 40 \\ 0 & 40 & 200 \end{bmatrix} MPa$$

    (a) ¿Cuál es el estado de deformación del mismo punto?

    (b) ¿Cuánto valen las constantes de Lamé para este material?

    (c) Determinar el valor del módulo volumétrico.

12. Se ha determinado que un lago con agua de deshielo tiene una variación estacional y se quiere estudiar cómo afecta esta variación a los esfuerzos ejercidos sobre una falla situada debajo del lago. La figura esquematiza la situación espacial de la falla. El plano de falla buza un ángulo $\alpha = 30°$ y se ha elegido la dirección de la falla como la dirección x. Se ha estimado que la altura del lago varía anualmente entre 17.9 m y 22.3 m. Suponer que el material tiene una presión de confinamiento tal que se hacen despreciables las deformaciones en las caras laterales y que se mide una deformación unitaria vertical en el fondo del lago de 5×10^{-7} causada por la variación en la presión del agua.



    (a) Considerando que el material deformado se comporta como un sólido de Poisson, determinar el módulo de Young en GPa

    (b) Calcular las componentes del vector tensión en el plano de falla buzante.

13. Mencionar la variación de los parámetros elásticos en el interior terrestre. Obtener curvas de ρ, λ, μ y E como función de la profundidad para algún modelo de Tierra (e.g., PREM), indicando a qué autor corresponde el modelo y cómo fueron obtenidos los valores.

14. Indicar posibles valores para los módulos elásticos de: arenisca, olivina, granito, basalto y arcilla.

15. (a) Describir el gráfico adjunto definiendo los siguientes conceptos: deformación elástica, deformación plástica, deformación frágil. Dar ejemplos de cada caso.

(b) ¿Qué papel juega la temperatura en el comportamiento de cada una de las fases de deformación?